

M-00455

UNIVERZITET U NOVOM SADU
FIZIKOSMATERIJALNI FAKULTET „MIHAJLO PUPIN”

Dr Petar Hotomski

Mr Marija Kujačić

MATEMATIČKA LOGIKA
I
PRINCIPI PROGRAMIRANJA

ZRENJANIN, 1992.

Dr Petar Hotomski, vanredni profesor
Mr Marija Kujačić, asistent

MATEMATIČKA LOGIKA I
PRINCIPI PROGRAMIRANJA

Recenzenti

dr Koriolan Gilezan, redovni profesor
Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

dr Dušan Surla, redovni profesor
Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Izdavač

Tehnički Fakultet "Mihajlo Pupin"
Zrenjanin, D.Đakovića bb.

Tiraž 200 primeraka

ISBN 86-80711-15-2

Izdavanje ovog udžbenika delimično je finansirao

Fond univerzitetskog obrazovanja Vojvodine

ИЗД. бр.: 000000453



P R E D G O V O R

Ovaj udžbenik je namenjen pre svega, studentima prve godine odseka za obrazovanje profesora informatike na Tehničkom fakultetu "M. Pupin" u Zrenjaninu. Sadržaj je usklađen sa nastavnim programom, što se odrazilo na obim i nivo strogosti u izlaganju. Obradene teme mogu predstavljati interes i za druge studente ili lica zainteresovana za upoznavanje teorijskih osnova računarstva i informatike.

Tekst udžbenika pisan je na osnovu literature koja je navedena na kraju knjige. Kao osnovnu literaturu pri pisanju uzeli smo radove profesora dr K. Gilezana, profesora dr S. Prešića, B.A. Trahtenbrota i V.M. Glušкова. Na više mesta ukomponovani su i relevantni originalni rezultati autora; na bazi radova koji su takođe navedeni u literaturi.

Teorijski deo je napisao P. Hotomski, a zadatke je odabrala i pripremila M. Kujačić.

Nastojali smo da izlaganje u svakoj temi teče od sadržajnog ka formalnom obliku. Na početku se daje više opisa, obrazloženja i detalja s ciljem ujednačavanja polazne platforme za ulaz u druge delove. Izlaganje je praćeno primerima, a na kraju određenih celina su zadaci. Za većinu zadataka navedeno je rešenje. Na kraju, u dodatku, daju se informacije o računarskoj programskoj podršci za nastavu logičkih sadržaja, koja je razvijena na Fakultetu u Zrenjaninu.

Svima koji su na bilo koji način doprineli publikovanju ovog udžbenika izražavamo iskrenu zahvalnost.

Posebnu zahvalnost izražavamo recenzentima prof. dr. K. Gilezanu i prof.dr. D. Surli, a takođe i Fondu univerzitetskog obrazovanja Vojvodine za finansijsku podršku.

Za tehničko oblikovanje teksta zahvalni smo dr.Ž. Branoviću i B. Radulović, koji su prekućali pojedine delove rukopisa.

Želja nam je da ovaj udžbenik doprinese širenju matematičke kulture koja je neophodna za kompetentno bavljenje informatikom.

Zrenjanin, januara 1992.

A u t o r i

S A D R Ž A J

1. UVOD	
1.1. Matematički jezik i matematički objekti.....	10
1.2. Izrazi i formule.....	12
1.2.1. Pojam izraza.....	12
1.2.2. Struktura i vrednost izraza.....	13
1.2.3. Elementarne formule.....	15
1.2.4. Uopštenje pojma izraza. Termini.....	15
1.3. Zadaci.....	16
2. BROJEVNI SISTEMI	
2.1. Nepoziciono i poziciono zapisivanje brojeva.....	20
2.1.1. Nepoziciono zapisivanje prirodnih brojeva....	20
2.1.2. Pozicioni sistemi sa osnovom M ($M > 1$).....	21
2.2. Aritmetika binarnog i heksadecimalnog sistema.....	23
2.3. Opšti slučaj prevođenja zapisa u brojnim sistemima.	25
2.4. Binarno kodiranje.....	29
2.4.1. Pojam kodiranja.....	29
2.4.2. Optimalna osnova brojnog sistema za mašinsko predstavljanje.....	31
2.4.3. Forme predstavljanja brojeva u računaru.....	32
2.4.4. Binarni kodovi numeričkih podataka.....	34
2.5. Zadaci.....	36
3. ALGEBRA LOGIKE	
3.1. Iskazi i logičke operacije.....	41
3.1.1. Iskazi i njihove vrednosti.....	41
3.1.2. Logičke operacije.....	42
3.1.3. Kvantifikatori i predikati.....	46
3.1.4. Zadaci.....	48
3.2. Iskazna algebra.....	50
3.2.1. Iskazne formule. Tautologije.....	50
3.2.2. Određivanje tautologija.....	56
3.2.3. Veza sa algebrom prekidačkih mreža.....	60
3.2.4. Zadaci.....	64

3.3. Bulova algebra.....	66
3.3.1. Definicija i primeri Bulove algebre.....	66
3.3.2. Važnije teoreme u Bulovoj algebri.....	70
3.3.3. Bulove jednačine i nejednačine.....	74
3.3.4. Bulove matrice.....	81
3.3.5. Zadaci.....	83
3.4. Funkcije algebre logike.....	89
3.4.1. Bulove funkcije.....	89
3.4.2. Kanonske forme Bulovih funkcija.....	90
3.4.3. Minimizacija Bulovih funkcija.....	92
3.4.3.1. Dijagrami Vejeć-Karnea.....	94
3.4.3.2. Metoda Kvaajn-Mak Klaski.....	97
3.4.3.3. Metoda Urbano-Milera.....	102
3.4.4. Funkcije Lukašijevića i Šefera.....	108
3.4.5. Zadaci.....	112
3.5. Šeme sa direktnom komandom. Multipoli.....	116
3.5.1. Kontakti, releji i dipoli.....	116
3.5.2. Funkcionalna ekvivalentnost dipola.....	118
3.5.3. Multipoli.....	122
 4. AKSIOMATSKE TEORIJE	
4.1. Logički sklop matematičkih teorija.....	129
4.1.1. Osnovni i definisani pojmovi.....	129
4.1.2. Aksiome i teoreme.....	131
4.1.3. Dokazi.....	132
4.1.4. Indukcija i matematička indukcija.....	133
4.1.5. Zadaci.....	136
4.2. Formalne teorije.....	138
4.2.1. Definicija i primer.....	138
4.2.2. Formalni dokazi propozicionog tipa.....	142
4.2.3. Formalizacija iskazne algebre-iskazni račun.....	147
4.2.3.1. Iskazni račun $\mathcal{L}$	147
4.2.3.2. Pravilo rezolucije za iskazni račun.....	152
4.2.4. Zadaci.....	154

4.3. Kvantifikatorski račun.....	158
4.3.1. Jezik kvantifikatorskog računa.....	158
4.3.2. Valjane formule.....	159
4.3.3. Kvantifikatorski račun I reda - račun $\mathcal{K}$	164
4.3.4. Specijalni kvantifikatorski računi.....	167
4.3.5. Pojam računa višeg reda.....	172
4.3.6. Aritmetizacija formalnih teorija.....	172
4.3.7. Zadaci.....	174
 5. ALGORITMI, AUTOMATI I JEZICI	
5.1. Pojam algoritma.....	183
5.2. Rekurzivne i izračunljive funkcije.....	185
5.3. Tjuringova mašina.....	188
5.4. Asocijativni računi i normalni algoritmi.....	193
5.5. Konačni automati.....	199
5.5.1. Apstraktni automati i preslikavanje.....	199
5.5.2. Pojam analize i sinteze konačnih automata.....	201
5.6. Formalni jezici i gramatike.....	202
5.6.1. Generativne gramatike.....	203
5.6.2. Konstitutivne gramatike.....	205
5.6.3. KS-gramatike.....	207
5.6.4. Linearne i automatne gramatike.....	210
5.7. Zadaci.....	212
 6. MAŠINE SA PROGRAMSKIM UPRAVLJANJEM	
6.1. Principi programskog upravljanja.....	218
6.2. Programski jezici. Kompilacija i interpretacija.....	221
6.3. Elementi metodike programiranja.....	225
6.3.1. Proces programiranja.....	226
6.3.2. Program i potprogram.....	228
6.3.3. Strukturno programiranje i modularni princip.....	229
 DODATAK: Oblici i sadržaji računarske podrške u nastavi	
matematičke logike.....	235
 Literatura.....	243

LITERATURA

1. Aleksić Ž.T., *Logička sinteza digitalnih sistema*, Naučna knjiga Beograd, 1975.
2. Cvetković D., Simić S., *Diskretna matematika, matematika za kompjuterske nauke*, Naučna knjiga Beograd, 1990.
3. Čubrilo M., *Matematička logika za ekspertne sisteme*, Informator, Zagreb 1989.
4. Dahl O.J., Dijkstra E.W., Haare C.A.R., *Structured programming*, Academic Press London and New York 1972.
Ruski prevod "Mir" Moskva 1975.
5. Gilezan K., Latinović B., *Bulova algebra i primene*, Matematički institut Beograd, 1977.
6. Gluškov V.M., *Uvod u kibernetiku*, Zavod za izdavanje udžbenika Beograd, 1967.
7. Gluškov V.M., Ceitlin G.E., Juščenko E.L., *Algebra, jeziki, program mirovanje*, AN USSR Institut kibernetiki Kiev, 1978.
8. Goodman S.E., Hedentniemi S.T., *Introduction to the Design and Analysis of Algorithms*, McGraw-Hill B.C., 1977.
Ruski prevod "Mir" Moskva 1981.
9. Gross M., Lanten A., *Teorija formalnih grammatik*, Mir Moskva 1971
10. Hotomski P., Balint J., Hotomski S., *Osnove savremene matematike*, RU "Radivoj Čirpanov" Novi Sad 1979.
11. Hotomski P., *Teorema o "identičnosti po zbiru" sa primenom u metodi Urbano-Milera za minimizaciju funkcija algebre logike*, Matematički vesnik 7(22), sv.4, Beograd 1970., pp. 481-486.
12. Hotomski P., *Odin sposob otiskania značenij formul isčislenia viskazivanij*, Matematički vesnik 12(27), Beograd 1975., pp. 341-345.
13. Hotomski P., *Nekotorie harakteristiki tablic Bulevih funkcij i postroenia viraženij v operatorah Šeffera*, Algebraic Conference Novi Sad 1981., Institut za matematiku Novi Sad 1982., pp. 83-86.
14. Hotomski P., *Pravilo indukcii v dokazatel'stvah oproverženiem s primeneniem k avtomatičeskomu dokazatel'stvu teorem*, Publications de l' Institut Mathematique, 31(45) Beograd 1982., pp. 51-63.
15. Hotomski P., *Princip obratne indukcije*, Zbornik radova sekcije za matematiku, Zajednica viših škola SRS, Beograd 1985. pp. 185-192

16. Hotomski P., *Aritmetička i algebarska metoda dokazivanja tautologija*, Zbornik radova sekcije za matematiku, Zajednica viših škola SRS, Beograd 1985., pp.179-184.
17. Hotomski P., Pevac I., *Matematički i programski problemi veštačke inteligencije u oblasti automatskog dokazivanja teorema*, Naučna knjiga Beograd, 1988., drugo izdanje 1991.
18. Mendelson E., *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand Comp., INC, ruski prevod, Nauka, Moskva, 1976
19. Kovalj.B.A., *Nekotorie voprosi polučenia minimalnih viraženij v operatorah "starih Šeffera" (strelka Pirsca) u knj. Voprosi teorij ECM*, Klev 1969.
20. Parezanović N., *Računske mašine i programiranje*, PMF Beograd '75
21. Pospelov D.A., *Logičeskie metodi analiza i sinteza shem*, Energia Moskva 1968.
22. Prešić S., *Elementi matematičke logike*, Zavod za izdavanje udžbenika SRS, Beograd 1968.
23. Prešić S., Prešić M., *Uvod u matematičku logiku - teorija i zadaci*, Matematički institut, Beograd, 1979.
24. Rubin J. E., *Mathematical Logic, Applications and Theory*, Saunders College Publ. 1990.
25. Šešelja B., *Matematika informatike*, Institut za matematiku PMF Novi Sad 1990.
26. Tošić R., *Zbirka zadataka iz algebarskih osnova teorije automata*, Novi Sad 1972.
27. Trahtenbrot B.A., *Šta su algoritmi. Algoritmi i računski automati*, Školska knjiga Zagreb 1978.
28. Zbornik radova *"Voprosi teorij matematičeskih mašin"*, prevod sa engleskog *"Mašinostroenie"* Moskva 1964.
29. *Enciklopedija kibernetiki*, tom I,II, AN USSR, Klev 1975.